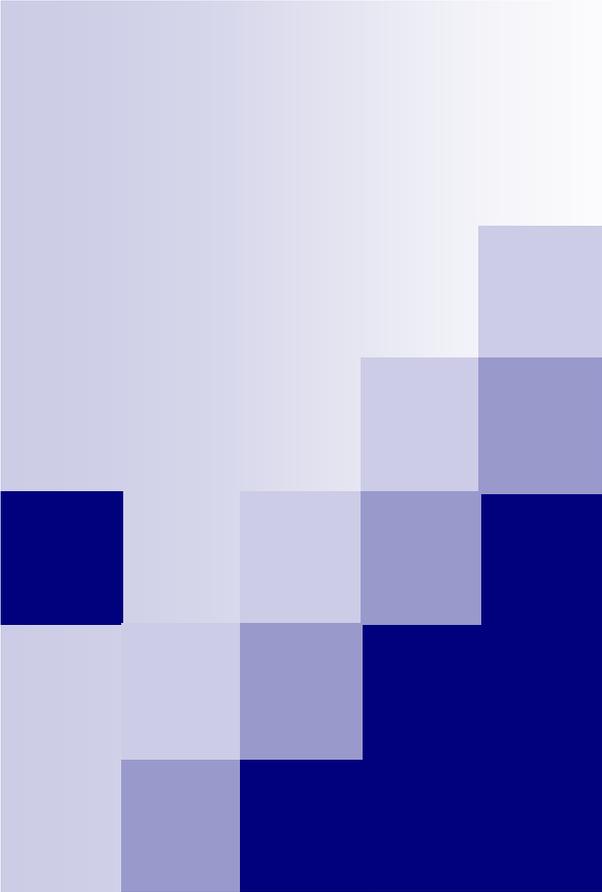


Enseigner la numération de la maternelle au collège...

Un long parcours
aux multiples écueils possibles...

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



Dès 3 ans...
lever la confusion entre
comptage et numérotage

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

Dès 3 ans...

La confusion entre **comptage** et **numérotage**



Adulte: « Combien y a-t-il de jetons ? »

Enfant: (en pointant avec son doigt) « un » « deux » « trois »

Adulte: « Oui, alors combien y a-t-il de jetons ? »

Enfant: (en pointant avec son doigt) « un » « deux » « trois »

Adulte: « Je suis d'accord, mais combien y a-t-il de jetons ? »

Enfant: (en pointant avec son doigt) « un » « deux » « trois »

Pour l'enfant, le mot-nombre ne représente pas une quantité. Il est considéré par l'enfant comme un numéro.

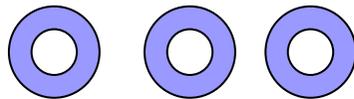
Le **comptage-numérotage** associe chaque nombre d'une collection à un numéro, ce qui veut dire veut dire que le dernier nombre n'est pas associé à une quantité mais à un numéro (une sorte de nom).

Comment éviter ce premier écueil ?

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

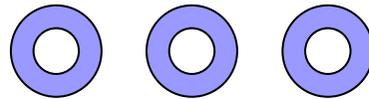


Une première « fausse-piste » : la **règle du dernier mot prononcé.** Karen FUSON



Très souvent, les jeunes enfants isolent le dernier mot de leur comptage pour le fournir comme réponse parce qu'ils y ont été entraînés, et non parce qu'ils ont compris que ce dernier mot a une signification quantitative. Cet entraînement systématique ne permet donc pas de sortir réellement du comptage-numérotage.

Une autre piste plus efficace: l'usage d'une collection-témoin



Adulte: « Combien y a-t-il de jetons? »

Enfant: (en pointant avec son doigt) « un » « deux » « trois »

Adulte: « Tu vois, il y a 3 jetons, comme ça



C'est une représentation
analogique du nombre.

Une autre piste plus efficace:
**l'usage d'une collection-témoin qui n'est pas
toujours la même.**



Adulte: « Combien y a-t-il de jetons? »

Enfant: (en pointant avec son doigt) « un » « deux » « trois »

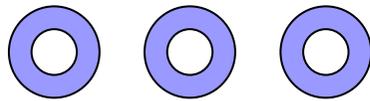
Adulte: « Tu vois, il y a 3 jetons, comme ça



Ou alors comme ça



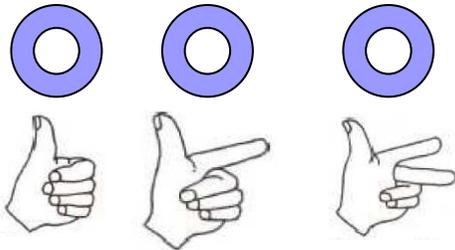
Une autre piste encore meilleure:
l'association d'une collection-témoin et d'une description verbale du nombre sous forme de décomposition.



Adulte: « Combien y a-t-il de jetons? »

Enfant: (en pointant avec son doigt) « un » « deux » « trois »

Adulte: « Tu vois, il y a 3 jetons,



Un là, Un là et un là.

Ça fait « trois » comme ça. 

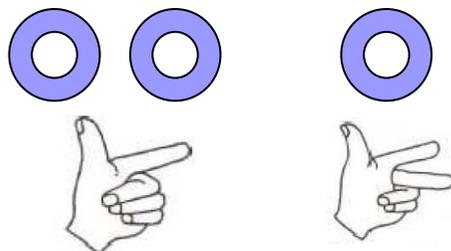
Une autre piste à exploiter:



Adulte: « Combien y a-t-il de jetons? »

Enfant: (en pointant avec son doigt) « un » « deux » « trois »

Adulte: « Tu vois, il y a 3 jetons,



Deux là

et un là.

Ça fait « trois » comme ça. 

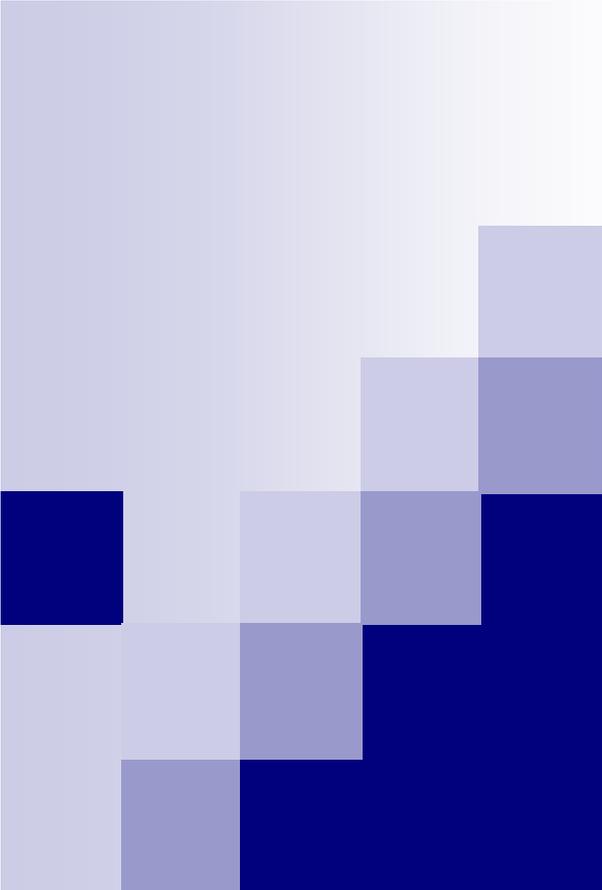


Pour que l'enfant accède à la signification quantitative des mots-nombres, il faut donc utiliser **conjointement**

- **une collection-témoin**
- **et une description verbale du nombre sous la forme d'une décomposition.**

Il nous faut donc enseigner les **décompositions des premiers nombres.**

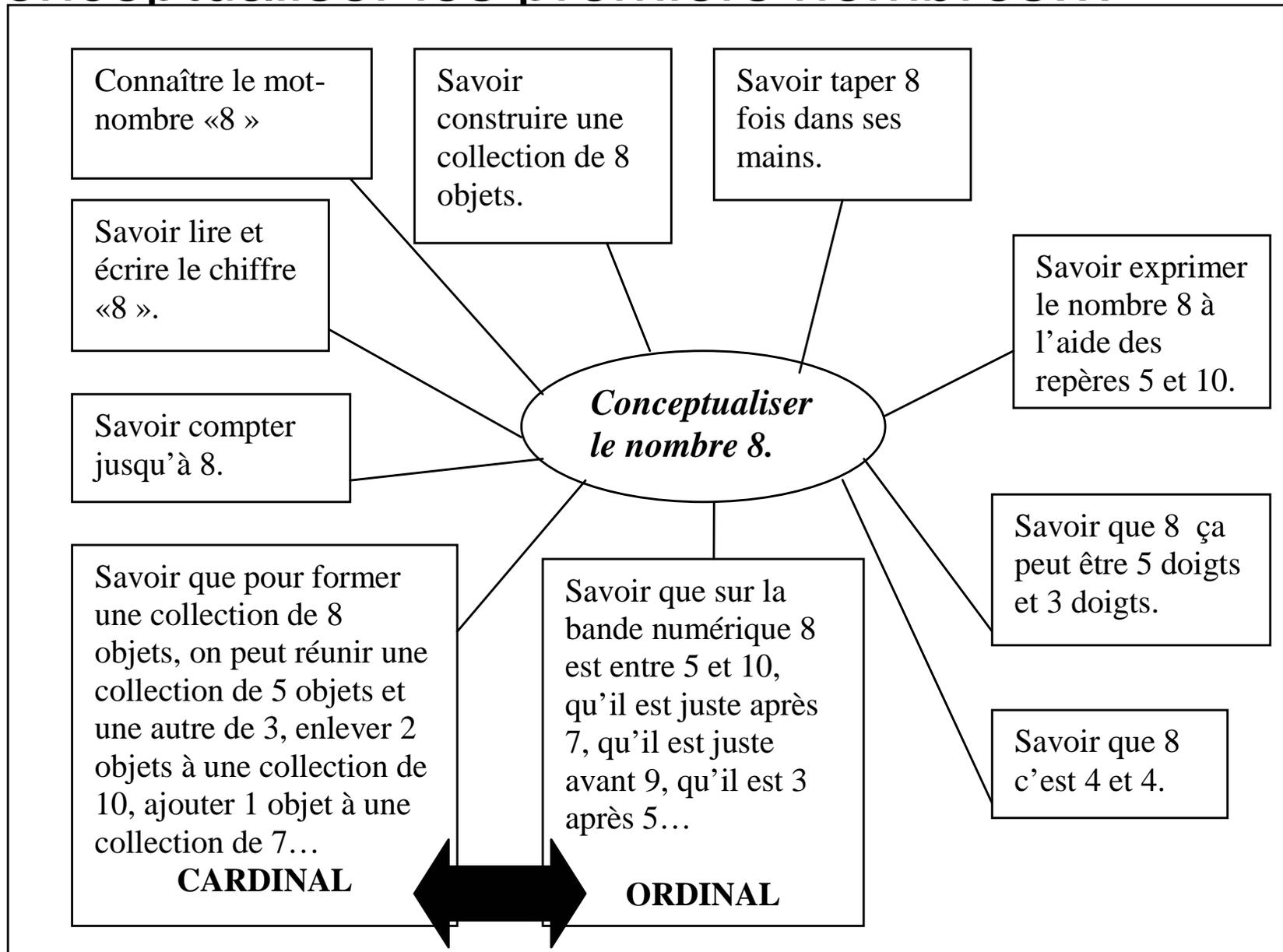
Il faut que les enfants parviennent à **conceptualiser les premiers nombres.**



À 5 ou 6 ans... Conceptualiser les premiers nombres (de 0 à 20)

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

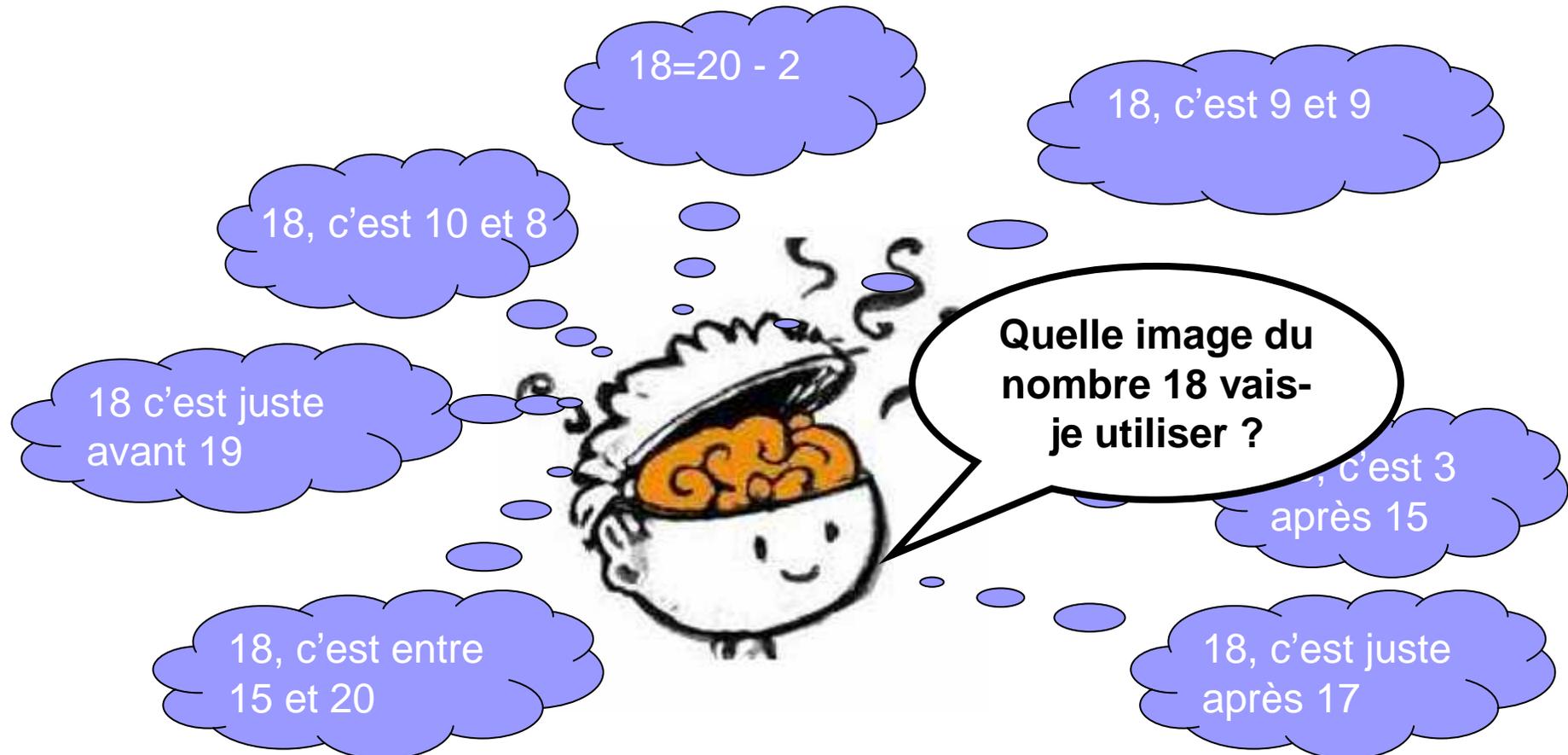
Conceptualiser les premiers nombres...





Il faut **multiplier les « images du nombre »** dans la tête des élèves pour que l'enfant puisse **faire des choix stratégiques** dans les multiples situations mathématiques qu'il va rencontrer.

Deux pirates ont trouvé un trésor de 18 pièces d'or. Comment peuvent-ils se le partager ?



Il faut faire des choix stratégiques !

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

Deux pirates ont trouvé un trésor de 18 pièces d'or. Comment peuvent-ils se le partager ?

18, c'est 10 et 8

18, c'est 3 après 15



18, c'et juste après 17

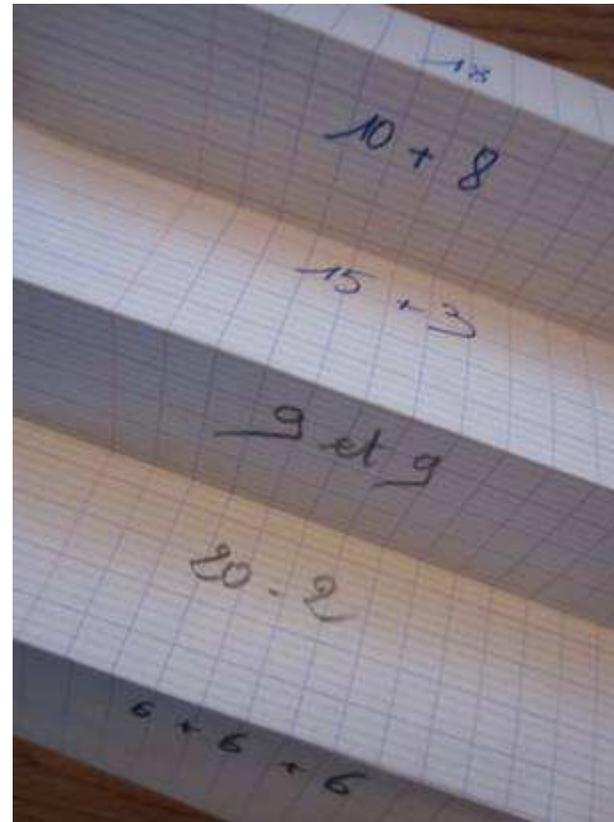
Le jeu des papiers pliés...

Deux équipes dans la classe.

Un papier plié circule dans chaque équipe.

Chaque membre de l'équipe écrit une écriture de 18 sans voir ce que les autres ont écrit.

L'équipe victorieuse sera celle qui aura le plus d'écritures différentes de 18.





À partir de 6 ans...
Les stratégies de
décomposition-recomposition

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



Il faut que ça « bidouille » dans les têtes...

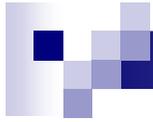
■ Discours de Muhammad CE1

Il s'agit d'ajouter 37 et 23.

*« Je prends ma grande épée et je tranche le 23.
J'ai un 20 et un 3.*

Je mets le 3 avec le 37, ça fait 40.

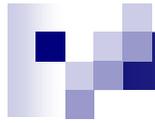
Je mets le 20 avec le 40, ça fait 60 ! »



C'est souvent ce point précis, qui va handicaper les élèves les plus en difficulté.

Ceux qui restent prisonniers de leur procédure de comptage et qui n'acquiert pas cette plasticité, cette souplesse avec les nombres.

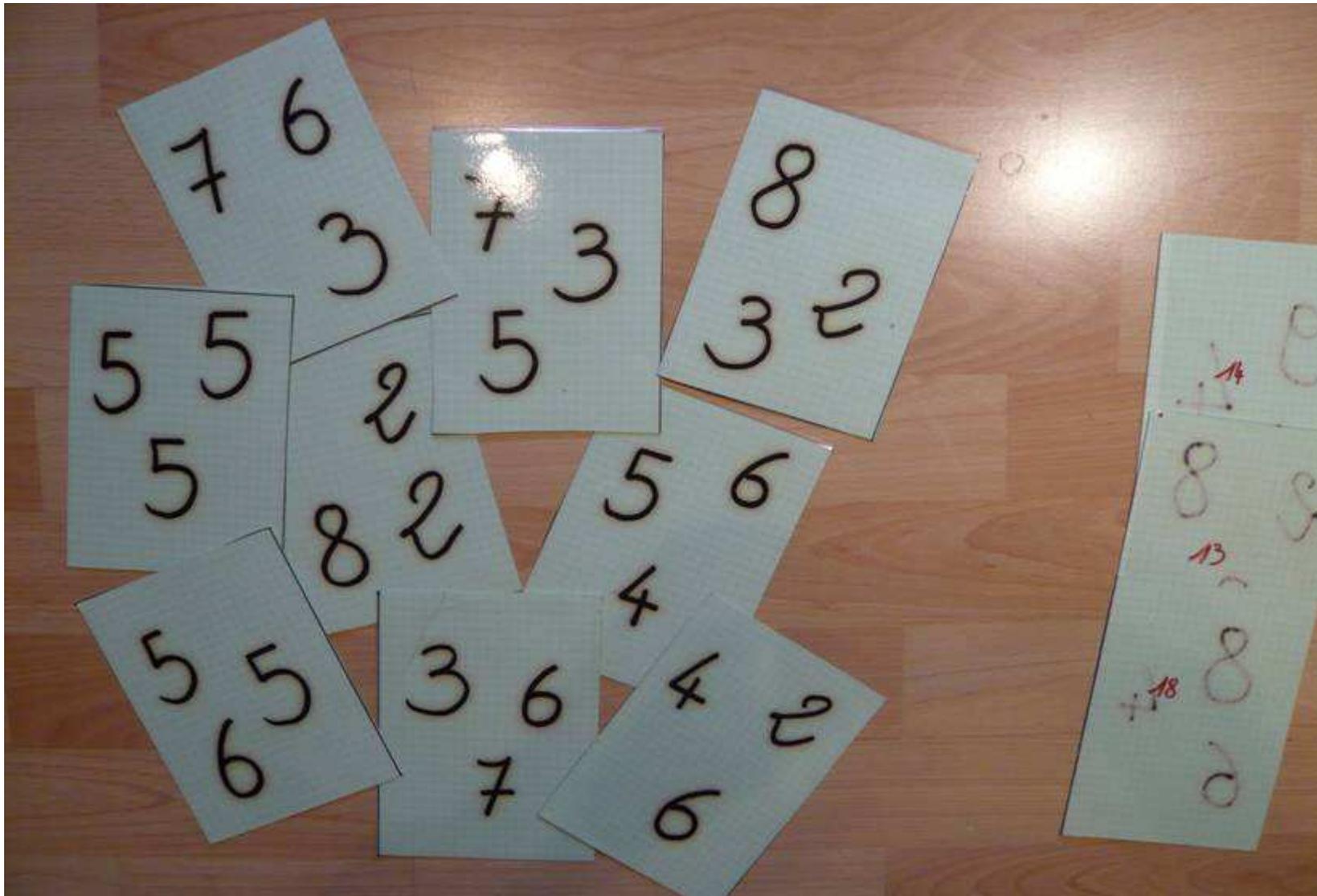
C'est le rôle de l'école de développer ces procédures de **décomposition-recomposition**.



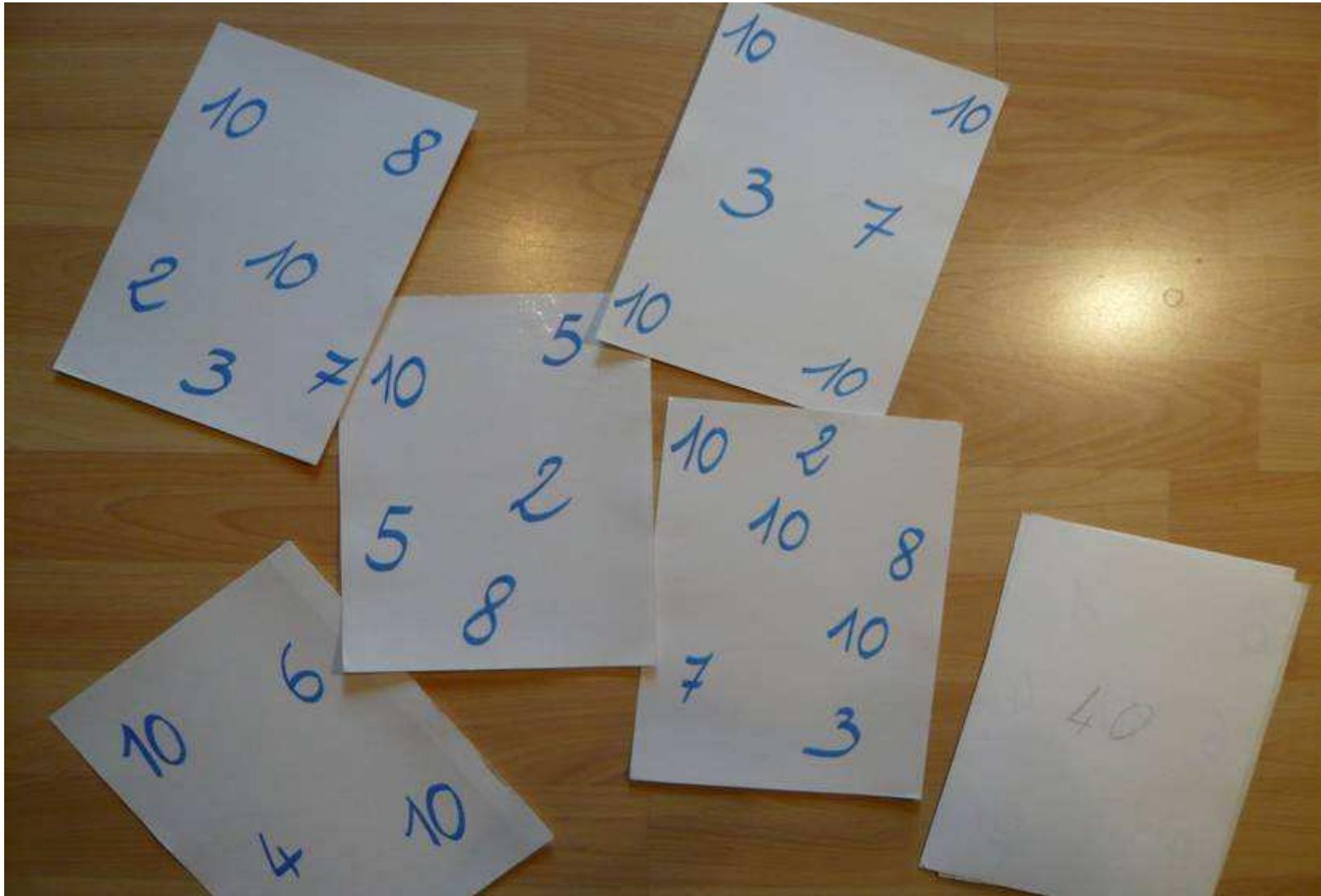
Quelques jeux pour acquérir cette flexibilité...

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

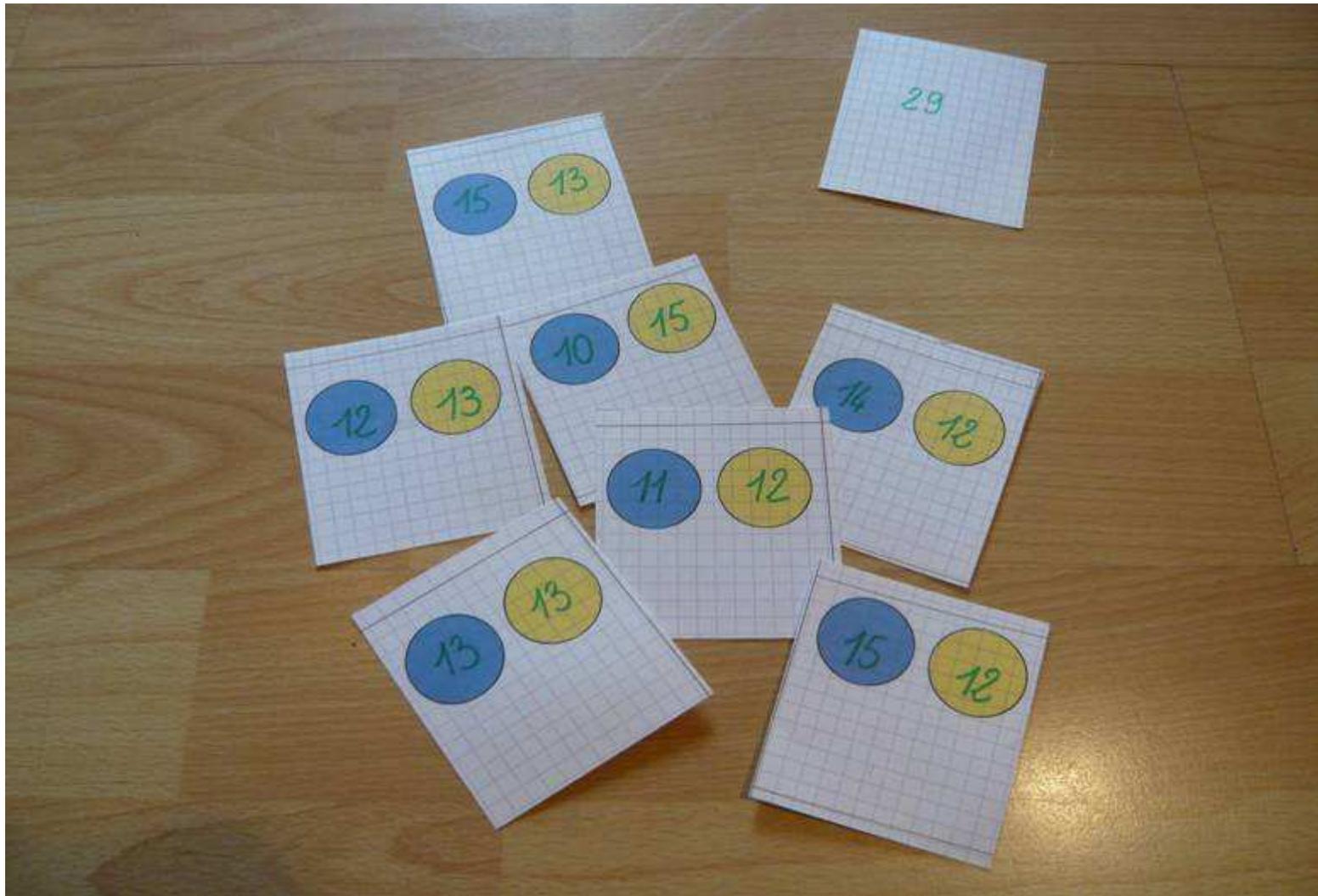
« Combien vaut la carte ? »



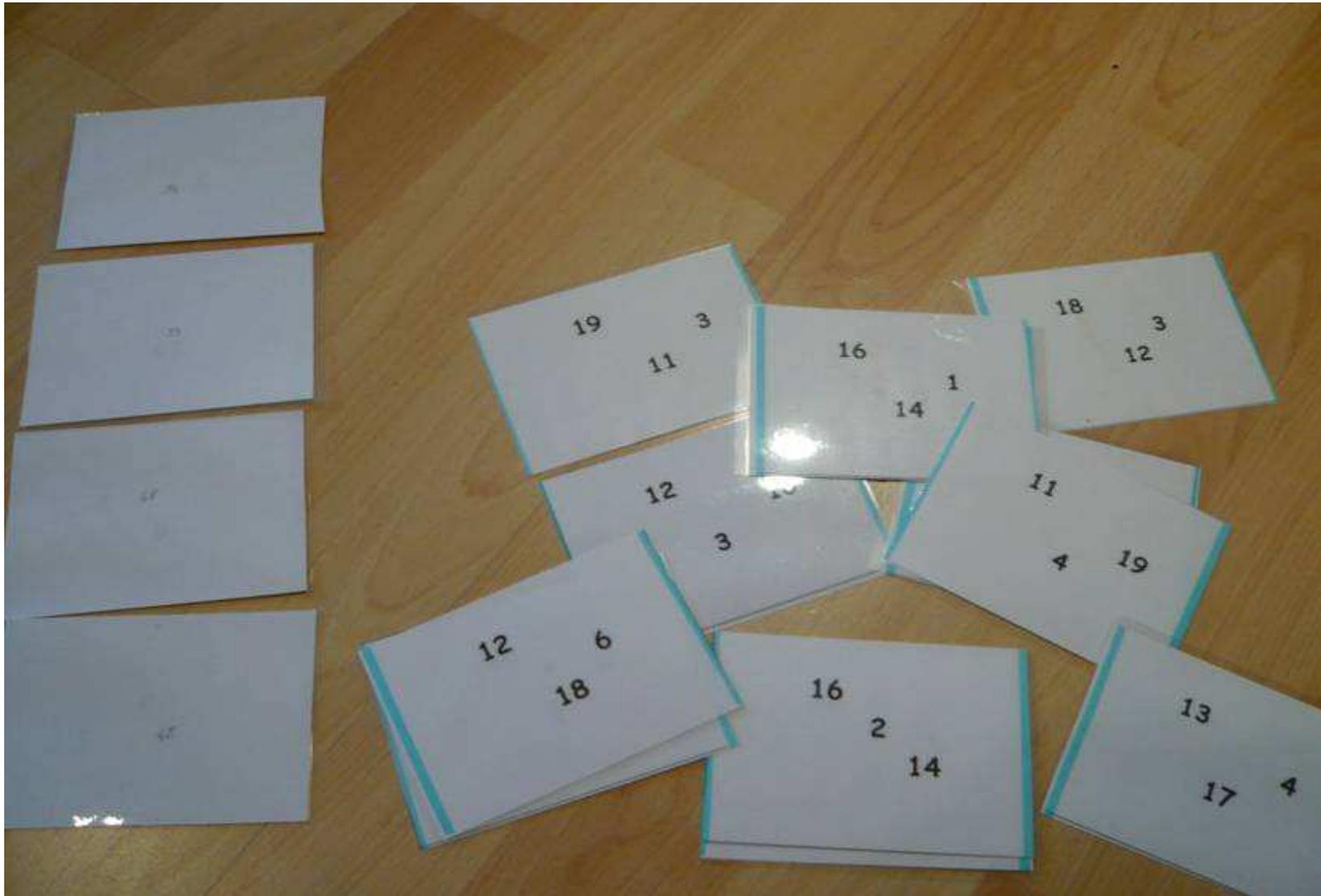
« Combien vaut la carte ? »



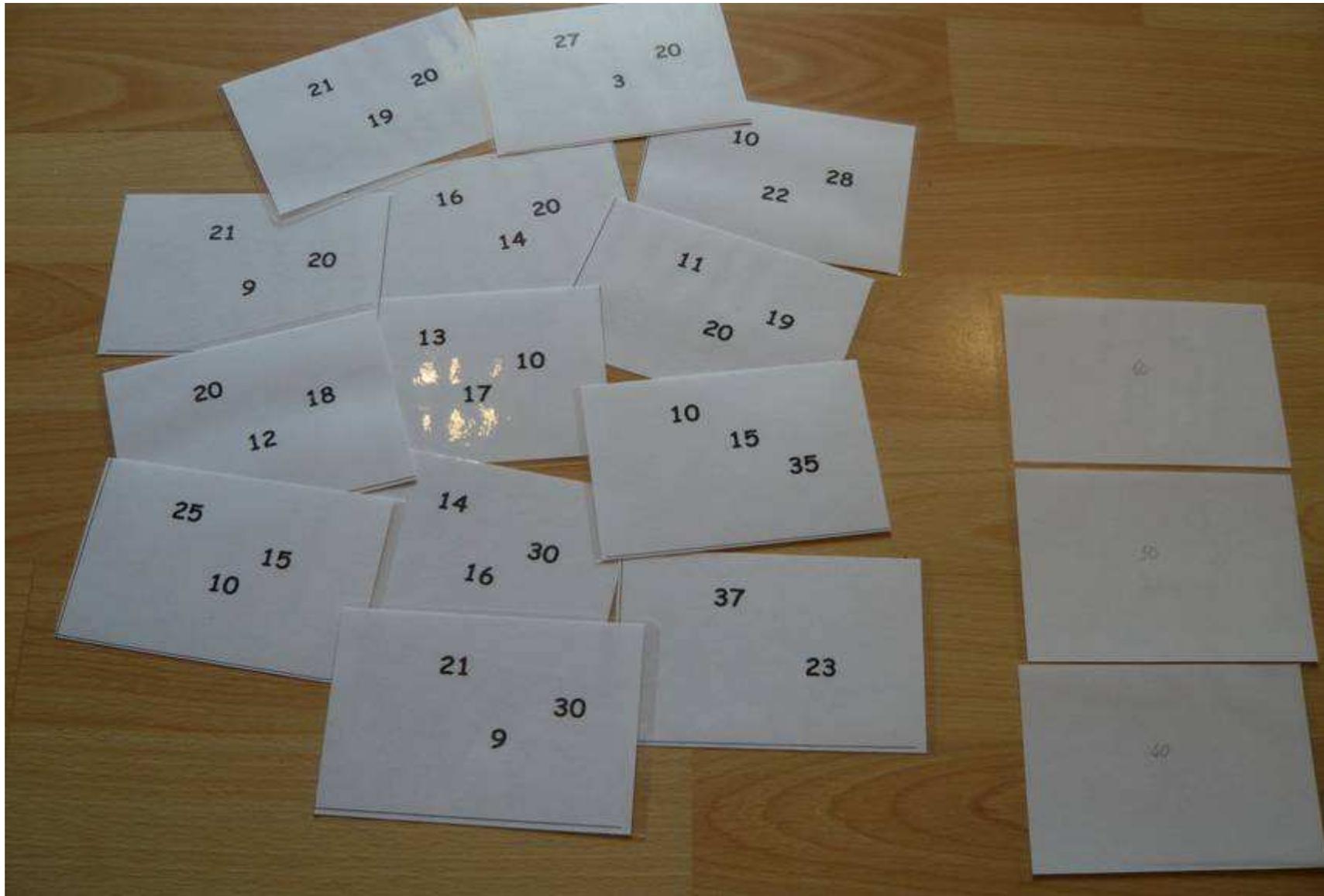
« Combien vaut la carte ? »



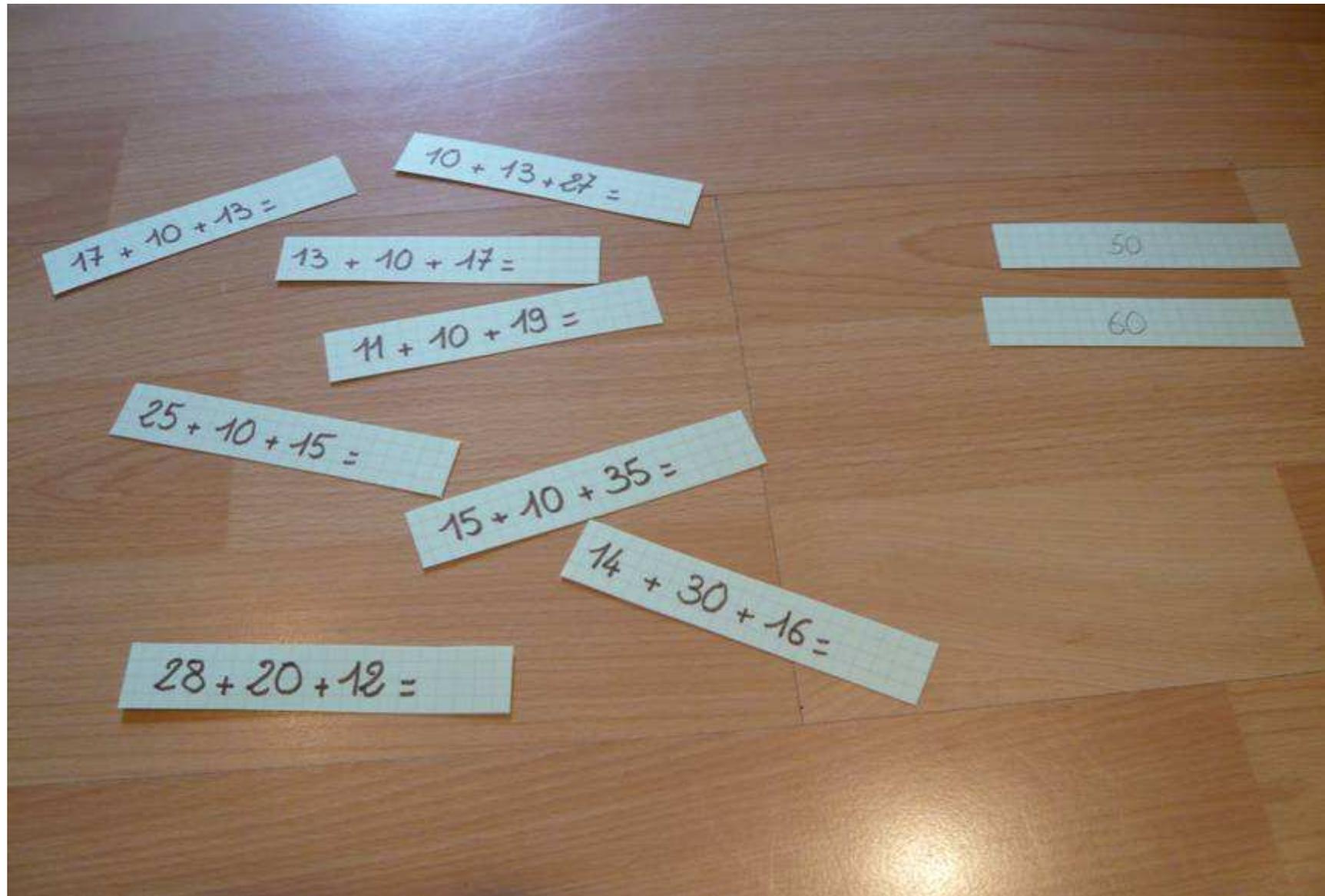
« Combien vaut la carte ? »



« 40, 50 ou 60 ? » niveau 2



« 40, 50 ou 60 ? » niveau 2

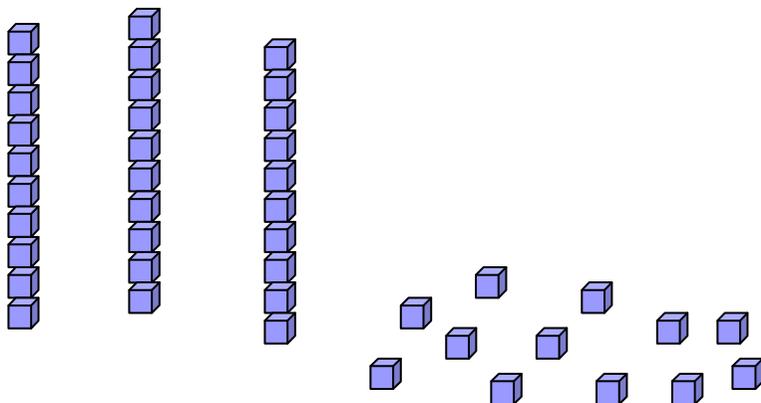




À partir de 6 ans...
La conceptualisation de la
numération décimale.

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

Une situation de classe éclairante...



On dispose trois barres de 10 et douze cubes isolés aux enfants en leur demandant de dire combien ça fait.

Si l'enfant écrit bien 42, il est interrogé pour savoir ce qui dans le matériel correspond au chiffre « 4 » et ce qui correspond au chiffre « 2 ».

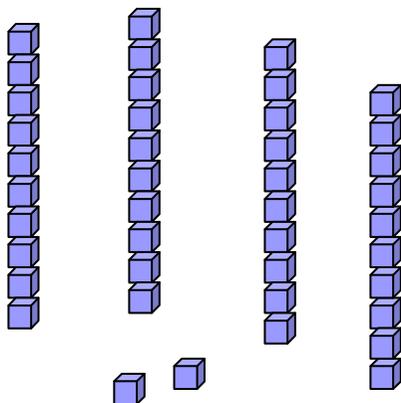
L'élève devra rassembler les 10 unités pour construire une dizaine.

Ça implique que l'enfant ait un double point de vue de la dizaine:

- La dizaine est une **grande unité**
- La dizaine est une **composition de 10 « petites unités »**

Comprendre la numération décimale, c'est être capable d'adopter ce double point de vue.

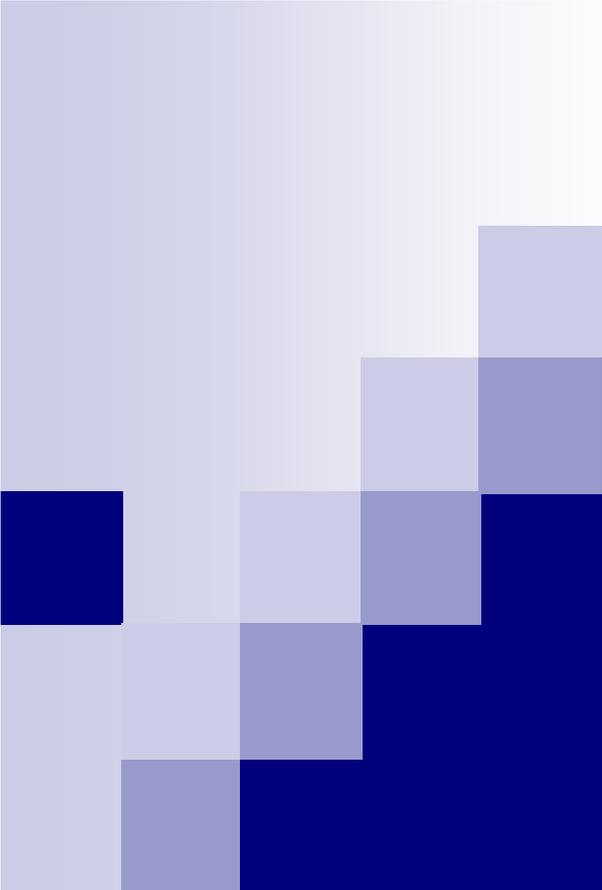
Analyse d'une autre situation...



On dispose quatre barres de 10 et deux cubes isolés aux enfants en leur demandant de dire combien ça fait.

Pour réaliser cette tâche l'enfant a uniquement à considérer la dizaine comme une « grande unité ». Il n'a pas à adopter le double point de vue.

Cette situation n'est donc pas très porteuse pour l'aider à conceptualiser le système décimal.



À partir de 7 ans...
**Quel usage des
représentations figurées** pour
favoriser la conceptualisation de
la numération décimale ?

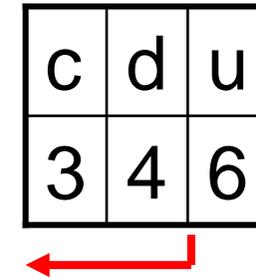
Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

Analyse d'une situation de classe...

Situation 1:

Enseignant: *Quel est le nombre de dizaines dans 346.*

Enfant: *34, j'ai pris les deux de gauche.*



Situation 2: (avec le même enfant)

Enseignant: *Combien puis-je faire de paquets de 10 avec 346 bonbons?*

Enfant: *pas de réponse.*

Le gros danger est que l'élève se dise : « *Si je suis interrogé là-dessus, j'isole les deux premiers chiffres et j'obtiens la bonne réponse* »

L'élève réussit dans le sens où sa réponse sera bonne mais il s'agit d'une « *fausse réussite* » et dès que la question est posée différemment, ce vernis de savoir disparaît car il n'y a pas de réelle compréhension...

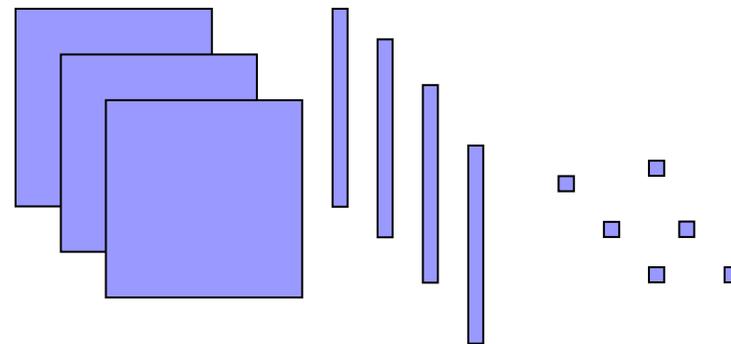
c	d	u
3	4	6



C'est une première forme de verbalisme.



Analyse d'une autre situation de classe...

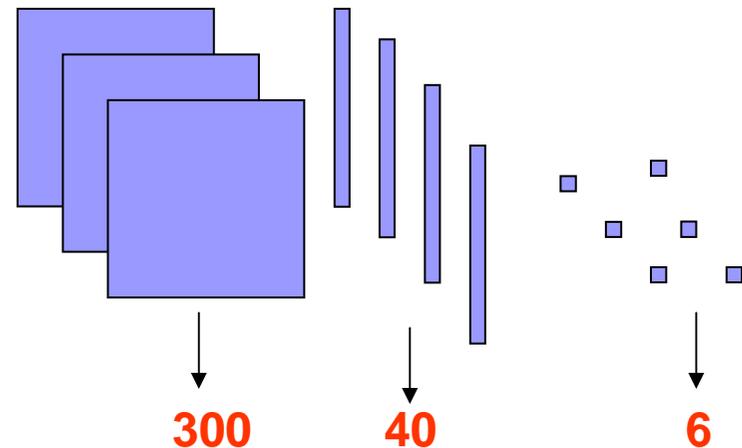


Quel est le nombre qui est représenté?

L'usage des figurations pour les centaines, dizaines et unités peut aussi conduire à une sorte de verbalisme: l'enfant peut associer 3 plaques à 300, puis 4 barres à 40 et 6 cubes à 6 sans forcément y mettre de sens.

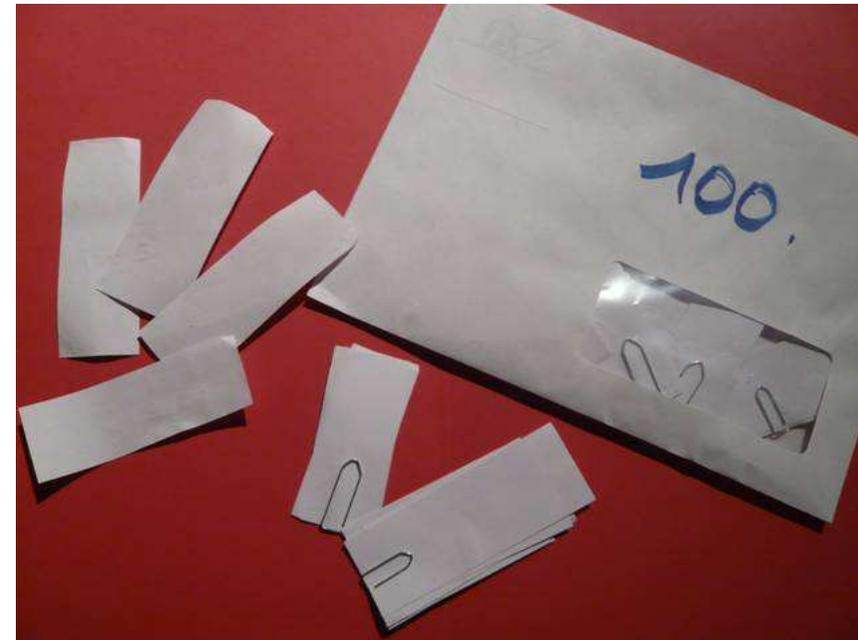
C'est ce que Rémi BRISSIAUD appelle le **verbalisme des figurations**.

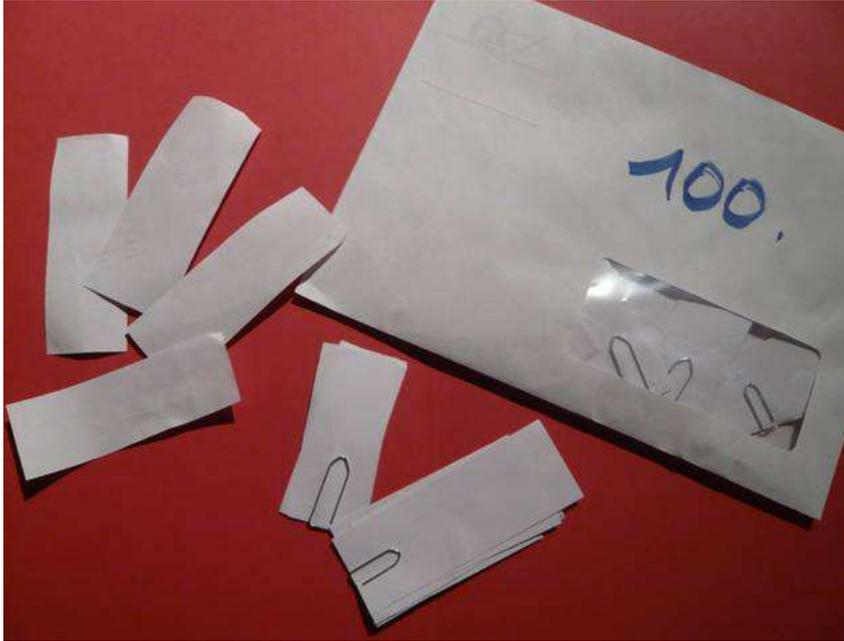
Ce dysfonctionnement provient du fait que le matériel n'a pas été construit, **il n'est pas perçu comme la représentation spatiale du résultat d'une action.**



Des pistes d'activités pour éviter ces deux formes de verbalisme...

- Construire **avec les élèves** du matériel de ce type.





- On demande aux élèves de compter le nombre de « paquets de 10 », en précisant éventuellement de ne pas oublier ceux qui sont cachés.

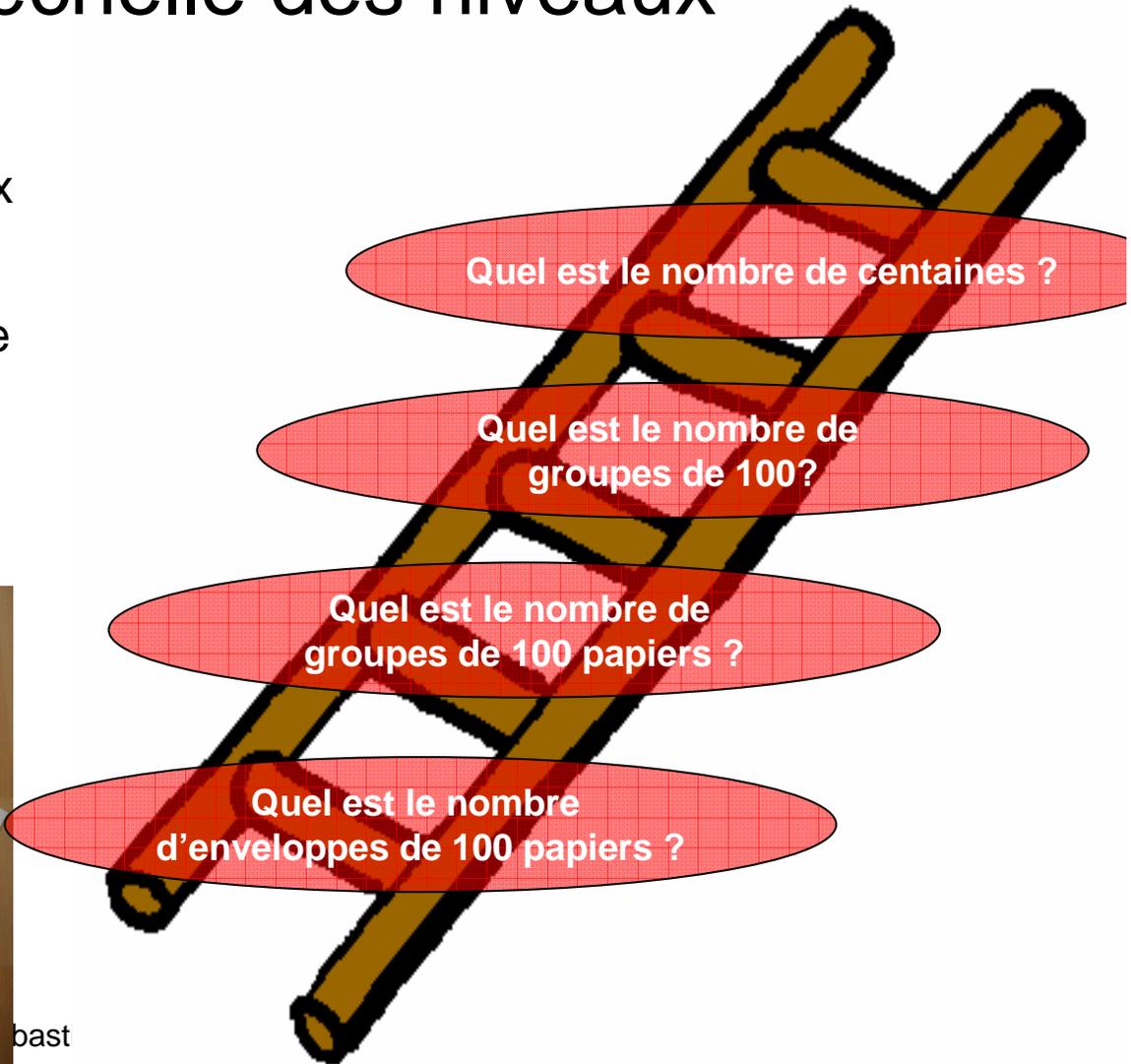
- L'important c'est que l'enfant comprenne, en acte, l'équivalence:

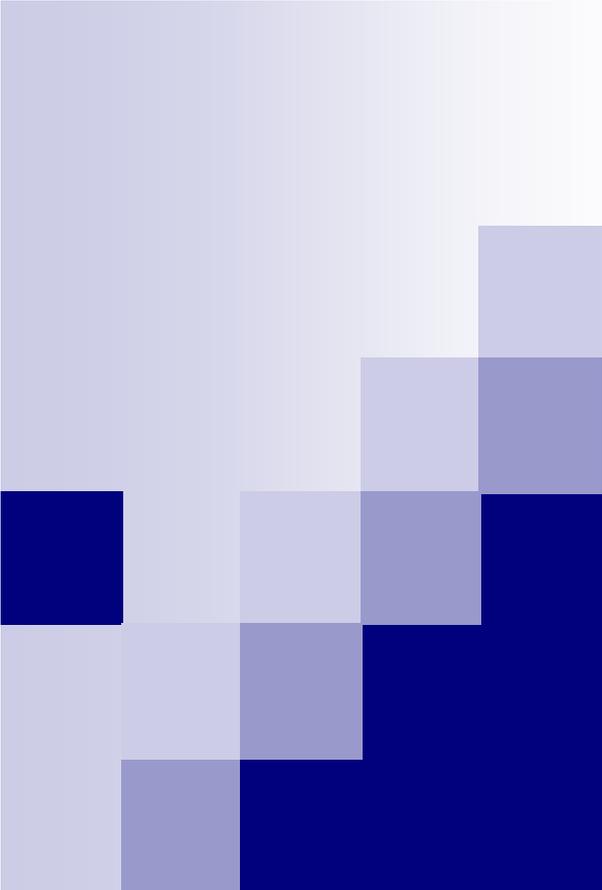
12 d et 4 u = 1 c et 2 d et 4 u

Une autre piste pour éviter le verbalisme des figurations: l'échelle des niveaux conceptuels

Le pédagogue doit réfléchir aux termes qu'il emploie pour dénommer ces figurations.

L'enseignant doit voyager entre quatre niveaux conceptuels pour donner sens à ces figurations.

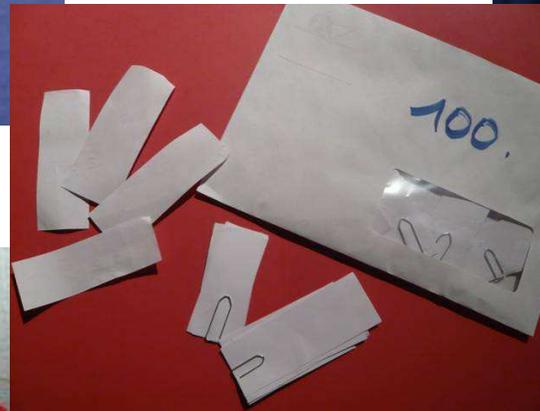




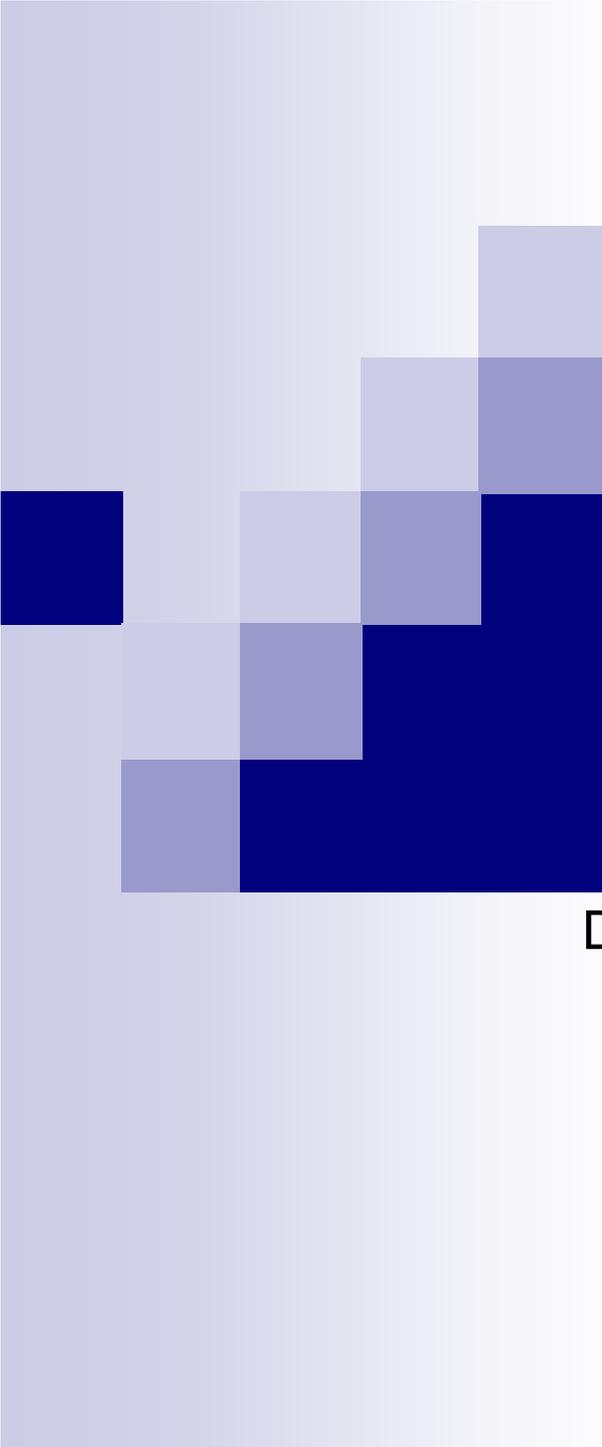
Comment passer à l'abstraction ?

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

Multiplier les représentations



Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



À partir de 8 ans... Que se passe-t-il au CE2 ?

D'après les écrits de F. Tempier
numerationdecimale.free.fr

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



Théo, CE2

5. Complète

a. 2 dizaines + 15 unités = ...**215**...

b. 4 centaines + 10 dizaines = ...**410**...

c. 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = **5123**...

d. 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = **6214**...



Camille, CE2

5. Complète

a. 2 dizaines + 15 unités = ..17.....

b. 4 centaines + 10 dizaines = ..110.....

c. 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = ..513.....

d. 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = ..635.....



Elisa, CE2

5. Complète

a. 2 dizaines + 15 unités = $\dots 35 \dots$

b. 4 centaines + 10 dizaines = $\dots 470 \dots$

c. 5 centaines + 12 dizaines + 3 unités = $\dots 519 \dots$

d. 6 centaines + 21 dizaines + 14 unités = $\dots 635 \dots$

Théo, CE2

7. Paul a 118 euros dans sa tire-lire. Il va à la banque avec son papa. Il voudrait échanger ses pièces contre le plus possible de billets de 10 euros. Combien de billets de 10 euros peut-il obtenir ?

Cadre pour la recherche :

$$\begin{array}{r} + 10 \\ + 10 \\ + \frac{20}{} \\ 20 \\ 10 \\ 10 \\ \hline 60 \end{array}$$

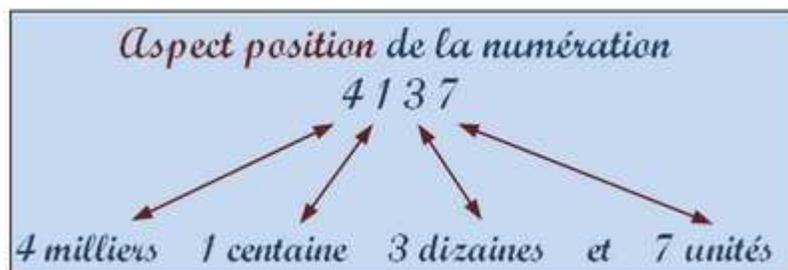
Réponse : il ne en obtenir 60



Qu'est ce qui pose problème à beaucoup d'élèves?

- > déterminer un nombre de dizaines (billets de 10€) dans un nombre à 3 chiffres.
- > recomposer un nombre avec plus de dix unités à certains ordres.
- ...

Qu'est ce qui pose problème à beaucoup d'élèves?



Aspect décimal de la numération
10 unités d'un certain rang équivalent à une unité du rang supérieur.
1 dizaine = 10 unités,
1 centaine = 10 dizaines,
donc 1 centaine = 100 unités
1 millier = 10 centaines,
donc 1 millier = 100 dizaines
et 1 millier = 1000 unités

Quels exercices privilégier?

	1 unité	1 dizaine	1 centaine
	80 cartes	80 cartes	20 cartes
1	a. Trouve comment obtenir 247 en choisissant le moins possible de cartes. b. Trouve deux autres façons d'obtenir 247.		
2	a. Trouve comment obtenir 350 en choisissant le moins possible de cartes. b. Trouve deux autres façons d'obtenir 350.		

Cap Maths, Hatier

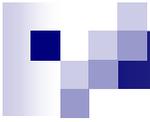
- « Dans cet exercice, pour les questions 1a et 1b, [...] seul l'aspect position de la numération est en jeu car on peut penser que les élèves vont utiliser la décomposition canonique $247 = 2 \text{ centaines} + 4 \text{ dizaines} + 7 \text{ unités}$.
- Cependant, dans les questions 1b et 2b, pour obtenir d'autres décompositions, les élèves vont devoir faire 1 centaine en utilisant 10 dizaines comme par exemple : $247 = 1 \text{ centaine} + 14 \text{ dizaines} + 7 \text{ unités}$. C'est donc l'aspect décimal de la numération qui est en jeu. » F. Tempier

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

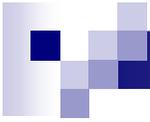
Quelles activités de « rebrassage » faut-il favoriser?



**Combien de dizaines
sont posées sur la
table?**



**Si j'enlève 4
dizaines, combien de
centaines seront
posées sur la table?**

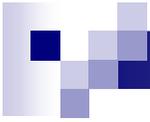


Si j'ajoute 90 petits papiers, combien de centaines seront posées sur la table?

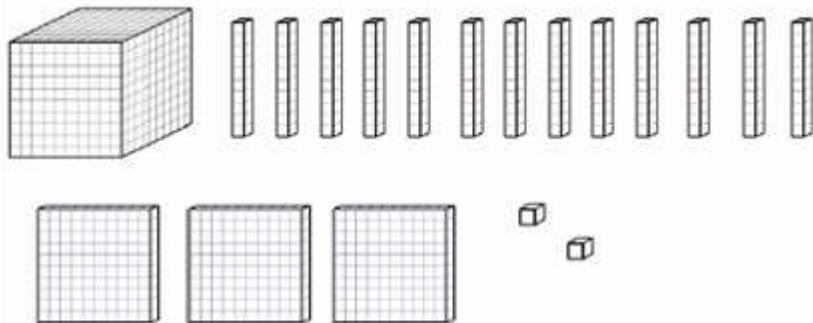


Des exercices à privilégier au cycle III

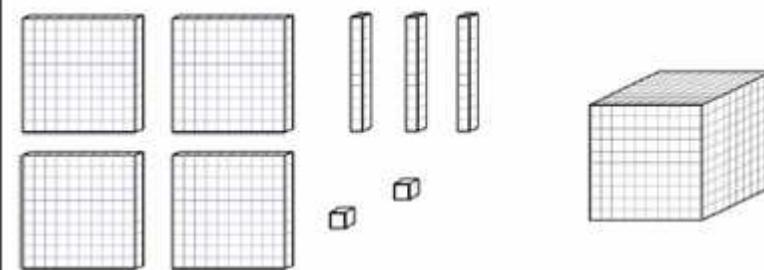
Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



L'école de Villechamps possède cette collection de cubes

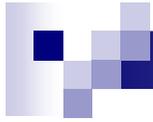


L'école de Villeforêts possède cette collection de cubes



Qui possède le plus de cubes ?

numerationdecimale.free.fr



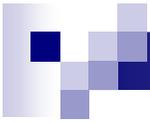
L'école de Plizac possède cette collection de cubes :
6 milliers de cubes et 4 dizaines de cubes.

L'école de Crozac possède cette collection de cubes :
2 milliers de cubes, 41 centaines de cubes et 25
cubes seuls.

Qui possède le plus de cubes ?

numerationdecimale.free.fr

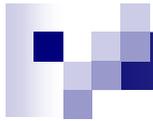
Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



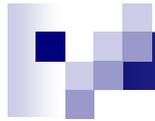
- a. Combien de milliers de cubes peut-on faire avec 26 centaines de cubes ?
- b. Combien de dizaines de cubes peut-on faire avec 78 cubes seuls ?
- c. Combien de milliers de cubes peut-on faire avec 41 centaines de cubes ?
- d. Combien de centaines de cubes peut-on faire avec 45 dizaines de cubes ?
- e. Combien de milliers de cubes peut-on faire avec 63 centaines de cubes ?
- f. Combien de centaines de cubes peut-on faire avec 78 dizaines de cubes ?

numerationdecimale.free.fr

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



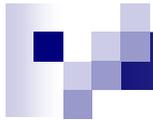
- a. 10 centaines = milliers
- b. 30 centaines = milliers
- c. 40 centaines = milliers
- d. 60 centaines = milliers
- e. 20 dizaines = centaines
- f. 70 dizaines = centaines
- g. 1 millier = centaines
- h. 5 milliers = centaines
- i. 4 milliers = centaines
- j. 9 milliers = centaines
- k. 3 centaines = dizaines
- l. 7 centaines = dizaines



- a. 3 milliers + 2 centaines + 7 dizaines + 9 unités =
- b. 8 milliers + 7 unités =
- c. 5 unités + 8 dizaines + 2 milliers =
- d. 3 milliers + 14 centaines + 5 dizaines + 9 unités =
- e. 1 millier + 26 centaines + 7 dizaines + 2 unités =
- f. 8 dizaines + 5 milliers + 9 unités + 43 centaines =
- g. 4 milliers + 17 centaines + 2 unités =
- h. 5 milliers + 16 dizaines =
- i. 4 milliers + 43 centaines + 12 dizaines + 5 unités =
- j. 36 dizaines + 9 unités + 2 centaines =
- k. 2 milliers + 30 centaines =
- l. 32 centaines + 5 dizaines + 4 milliers + 7 unités =

numerationdecimale.free.fr

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



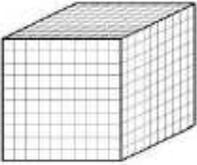
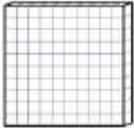
Colorier de la même couleur les nombres qui sont égaux

2145	Trois mille quatre cent cinq	3 centaines + 4 dizaines + 0 millier + 5 unités	3405
Mille cent cinquante-cinq	4152	4 dizaines + 1 centaine + 5 unités + 2 milliers	Deux mille cent quarante-cinq
255	345	3 milliers + 4 centaines + 5 unités	1155
34 centaines + 5 unités	1 centaine + 15 dizaines + 5 unités	1 millier + 11 centaines + 4 dizaines + 5 unités	2 milliers + 14 centaines + 5 unités

numerationdecimale.free.fr

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

Les cubes sont vendus par :

Milliers	Centaines	Dizaines	Unités
			

2. Le marchand possède des cubes par centaines, dizaines et unités. Il n'a plus de millier.

- On veut 2604 cubes. Que peut-on commander ?
- On veut 4127 cubes. Que peut-on commander ?
- On veut 3008 cubes. Que peut-on commander ?

3. Le marchand possède des cubes par milliers, dizaines et unités. Il n'a plus de centaine.

- On veut 7231 cubes. Que peut-on commander ?
- On veut 502 cubes. Que peut-on commander ?
- On veut 5360 cubes. Que peut-on commander ?

4. Le marchand possède des cubes par dizaines et unités. Il n'a plus de millier, ni de centaine.

- On veut 1264 cubes. Que peut-on commander ?
- On veut 2041 cubes. Que peut-on commander ?
- On veut 4508 cubes. Que peut-on commander ?

Signifie « unité ».

2 Complète le tableau ci-dessous.

Nombre des jetons		
avant	mis ou enlevés	après
528	$+ 8d - 4u$
140	$- 3d + 2c$
361	$+ 4d - 1c$
185	$+ 5u - 5d$
237	$+ 3c - 3d$
421	$+ 8d - 1c$
396	$- 5d + 8u$

Calcul mental au cycle 3, collection mosaïque HATIER

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire

« Les craies ».

on

date :

1 Calcule le nombre de craies reçues par chaque client.

M. Martin a reçu 7 boîtes et 4 étuis.

Il a maintenant craies.

M. Jean a commandé 25 étuis.

Il a reçu craies.

Mme Chablis a commandé 9 boîtes et 17 étuis.

Elle a reçu craies.

Mme Marie a reçu 16 boîtes et 13 étuis.

Elle possède craies.

2 Complète.

- 6 boîtes et 3 étuis → craies
- 12 centaines → unités
- 9 dizaines → unités
- 14 boîtes et 8 étuis → craies
- 9 boîtes et 9 étuis → craies
- 15 étuis → craies
- 60 centaines et 1 dizaine → unités
- 13 centaines et 10 dizaines → unités

1

426

665

648

64

264

645

461

Je contiens 1 unité et 64 dizaines.

Entoure-moi en bleu.

Je suis compris entre 640 et 650. Je suis un nombre impair.

Entoure-moi en rouge.

Je suis plus grand que 400 et plus petit que 460.

Entoure-moi en vert.

2

528

585

258

1 350

814

758

569

Je contiens 58 unités et 2 centaines.

Entoure-moi en bleu.

Je contiens 5 dizaines et 13 centaines.

Entoure-moi en rouge.

Je suis un nombre pair compris entre 500 et 600.

Entoure-moi en vert.

3

1 627

1 319

936

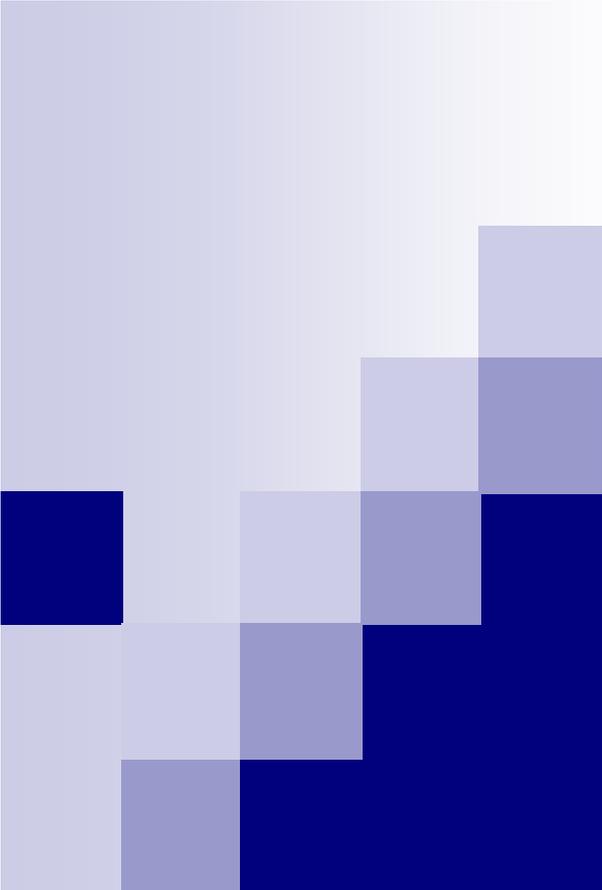
2 128

347

2 716

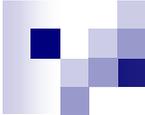
Calcul mental au cycle 3, collection mosaïque HATIER

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



Une évaluation du « cœur des apprentissages » en mathématiques au cycle 3.

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



Evaluation du « cœur des apprentissages »
Mathématiques
Cycle 3

Ecris en chiffres

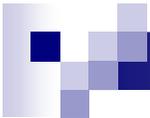
- a. Deux-cent-quarante-deux
- b. Cent-quatre-vingt-treize
- c. Trois-cent-cinq

Ecris les nombres en lettres (on ne tiendra pas compte de l'orthographe)

- d. 256
- e. 470
- f. 609

Complète

- g. 2 centaines + 9 dizaines + 4 unités =
- h. 7 dizaines + 3 centaines + 5 unités =
- i. 4 centaines + 3 unités =
- j. 12 dizaines + 4 unités =
- k. 2 centaines + 13 dizaines + 7 unités =
- l. 1 centaine + 3 dizaines + 12 unités =
- m. 31 dizaines + 1 centaine =



Complète

n. 412 = centaines + dizaines + unités

o. 537 = dizaines + unités

p. 207 = dizaines + unités

q. 630 = centaines + unités

r. 751 = centaines + unités

Complète

s. 6 centaines = unités

t. 70 unités = dizaines

u. 3 centaines = dizaines

v. 60 dizaines = centaines

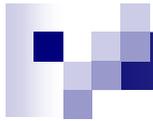
Résous les problèmes

w. Le marchand de bonbons a 735 sucettes.
Il veut les vendre par paquets de 10.
Combien de paquets peut-il préparer ?

.....

x. Le directeur de l'école a besoin de 732 timbres.
Les timbres sont vendus par carnets de 10 timbres.
Combien de carnets doit-il acheter ?

.....



Ecole de :			
	CE2	CM1	CM2
maîtrise de la numération de position G H N			
comprendre la notion de nombre de dizaines O P			
trouver des équivalences entre un nombre de dizaines et un nombre de centaines UV			
recomposer un nombre avec plus de 10 unités à certains ordres K L			
Résoudre un problème en ayant recours à la maîtrise du système décimal W			
NOMBRE D'ELEVES PAR NIVEAUX			

Sébastien MOISAN Conseiller
pédagogique Angoulême Sud et
Préélémentaire



Quelques résultats dans des classes charentaises

Maîtrise de la numération de position

g. 2 centaines + 9 dizaines + 4 unités =

h. 7 dizaines + 3 centaines + 5 unités =

CE2 100% de réussite

CM1 100% de réussite

CM2 88% de réussite



Trouver des équivalences entre un nombre de dizaines et un nombre de centaines

u. 3 centaines = dizaines

v. 60 dizaines = centaines

CE2 11% de réussite

CM1 38% de réussite

CM2 25% de réussite



Recomposer un nombre avec plus de 10 dizaines à certains ordres.

k. 2 centaines + 13 dizaines + 7 unités =

l. 1 centaine + 3 dizaines + 12 unités =

CE2 41% de réussite

CM1 30% de réussite

CM2 63% de réussite



Résoudre un problème en ayant recours à la maîtrise du système décimal

w. Le marchand de bonbons a 735 sucettes.
Il veut les vendre par paquets de 10.
Combien de paquets peut-il préparer ?

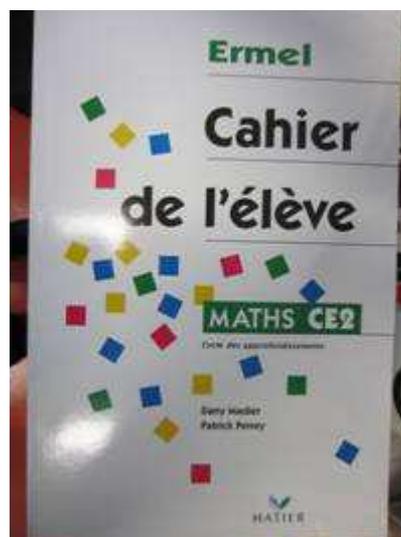
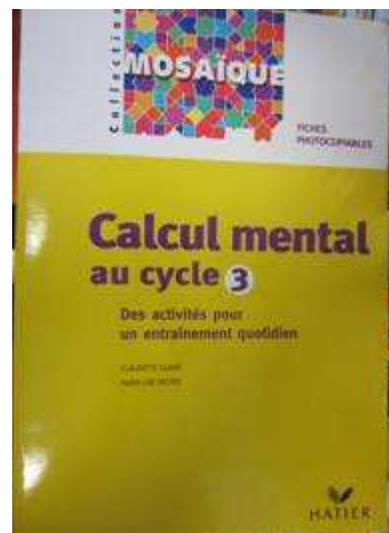
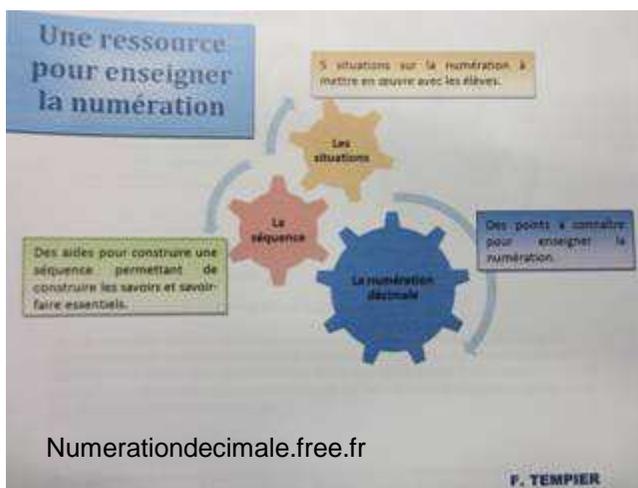
.....

CE2 6% de réussite

CM1 46% de réussite

CM2 53% de réussite

Bibliographie



Stéphanie MOISAN Conseiller pédagogique Angoulême Sud et Prélémentaire

